

رقم الكود:

الإسم :

أجب عن سؤال واحد فقط مما يلي :

(١) ابحث باستخدام التعريف قابلية الدالة $f(x) = \cos(3x - 2)$ للاشتقاق علي نطاقها.

(٢) إذا علمت أن $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$ وأن $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$ ، فأوجد مشتقة

الدالة $f(x) = \tan x$ علي نطاقها باستخدام التعريف.

الحل :

(١) واضح أن نطاق الدالة هو $\mathbb{R}$. نفرض أن $x_o \in \mathbb{R}$ نقطة اختيارية ونحسب :

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow x_o} \frac{f(x) - f(x_o)}{x - x_o} &= \lim_{x \rightarrow x_o} \frac{\cos(3x - 2) - \cos(3x_o - 2)}{x - x_o} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_o} \frac{-2 \sin\left(\frac{3(x - x_o)}{2}\right) \sin\left(\frac{3(x + x_o) - 4}{2}\right)}{x - x_o} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_o} - \frac{3 \sin\left(\frac{3(x - x_o)}{2}\right) \sin\left(\frac{3(x + x_o) - 4}{2}\right)}{\left(\frac{3(x - x_o)}{2}\right)} \\ &= -3 \sin(3x_o - 2)\end{aligned}$$

إذن الدالة قابلة للتفاضل عند x_o . وحيث أن $x_o \in \mathbb{R}$ نقطة اختيارية ، إذن الدالة قابلة للتفاضل علي $\mathbb{R}$ ويكون :

$$\frac{d}{dx} \cos(3x - 2) = -3 \sin(3x - 2) , \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

=====

(٢) واضح أن نطاق الدالة هو $D_f = \mathbb{R} - \{n\pi + (\pi/2) : n \in \mathbb{Z}\}$. نفرض أن $x_o \in D_f$ نقطة اختيارية ونحسب :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow x_o} \frac{f(x) - f(x_o)}{x - x_o} &= \lim_{x \rightarrow x_o} \frac{\tan x - \tan x_o}{x - x_o} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_o} \frac{\tan(x - x_o)[1 + \tan x \tan x_o]}{x - x_o} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_o} \left(\frac{\tan(x - x_o)}{x - x_o} \right) [1 + \tan x \tan x_o] \\ &= 1 \times [1 + \tan^2 x_o] = \sec^2 x_o \end{aligned}$$

إذن الدالة قابلة للتفاضل عند x_o . وحيث أن $x_o \in D_f = \mathbb{R} - \{n\pi + (\pi/2) : n \in \mathbb{Z}\}$ نقطة اختيارية ، إذن الدالة قابلة للتفاضل علي $\mathbb{R} - \{n\pi + (\pi/2) : n \in \mathbb{Z}\}$ ويكون :

$$\frac{d}{dx} \sec^2 x = \sec^2 x , \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{n\pi + (\pi/2) : n \in \mathbb{Z}\}$$

=====

=====

كلية العلوم - جامعة القاهرة - قسم الرياضيات

الفرقة الأولى - المجموعة السابعة

اختبار رقم ٥ - مقرر ر ١٣١

زمن الاختبار: ١٠ دقائق

الإسم :

رقم الكود:

أجب عن سؤال واحد فقط مما يلي :

(١) ابحث باستخدام التعريف قابلية الدالة $f(x) = \sin(5x - 4)$ للاشتقاق علي نطاقها.

(٢) إذا علمت أن $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$ وأن $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$ ، فأوجد مشتقة الدالة $f(x) = \tan x$ علي نطاقها باستخدام التعريف.

الحل : بالمثل كما في سبق